

## Лекция №5 ПЛОСКОСТЬ

**Плоскость** – одно из основных понятий геометрии. При систематическом изложении геометрии понятие плоскость обычно принимается за одно из исходных понятий, которое лишь косвенным образом определяется аксиомами геометрии. Некоторые характеристические свойства плоскости:

1. Плоскость есть поверхность, содержащая полностью каждую прямую, соединяющую любые ее точки;
  2. Плоскость есть множество точек, равноотстоящих от двух заданных точек.
- Плоскость в линейной алгебре - поверхность первого порядка: в декартовой системе координат плоскость может быть задана уравнением 1-ой степени. Общее уравнение плоскости:

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , и  $D$  - постоянные, причем  $A$ ,  $B$  и  $C$  одновременно не равны нулю.

### СПОСОБЫ ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

Положение плоскости в пространстве можно определить:

1. Тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис.5.1);

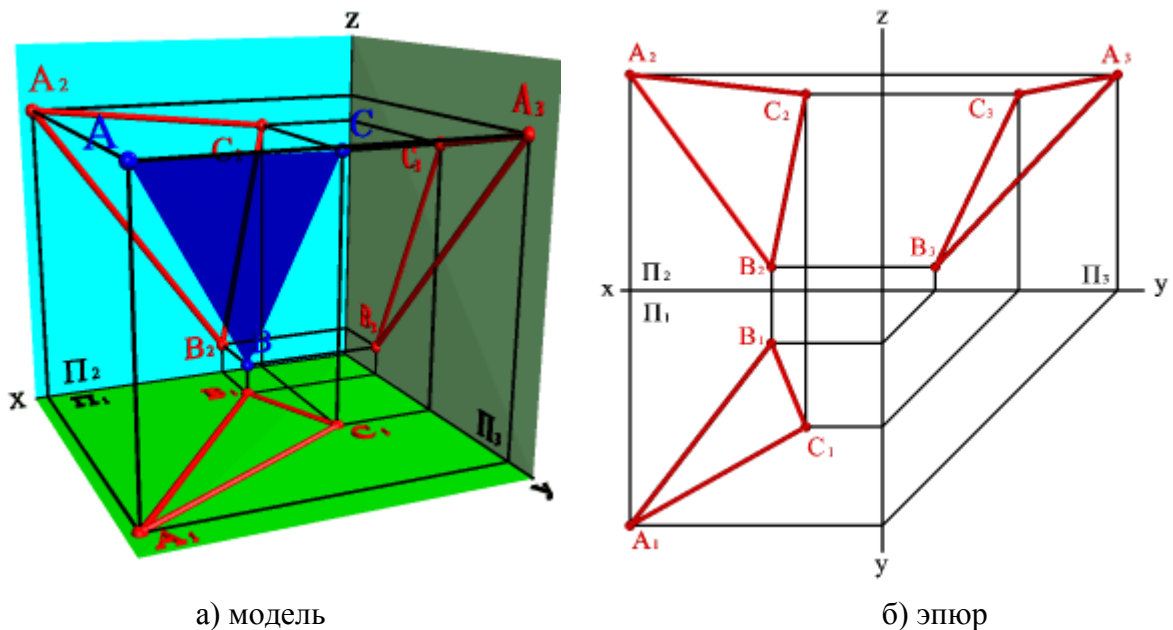
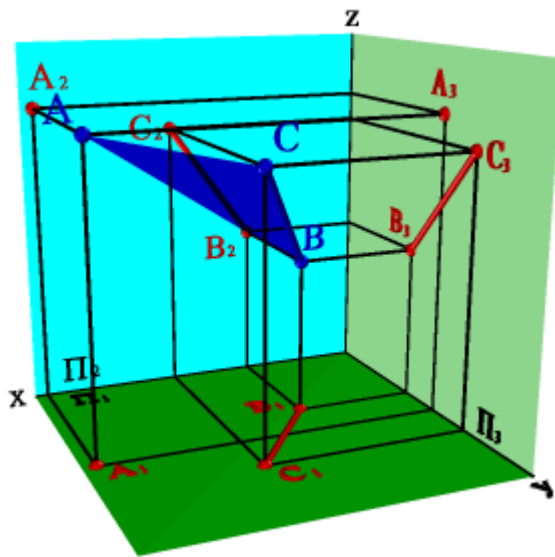
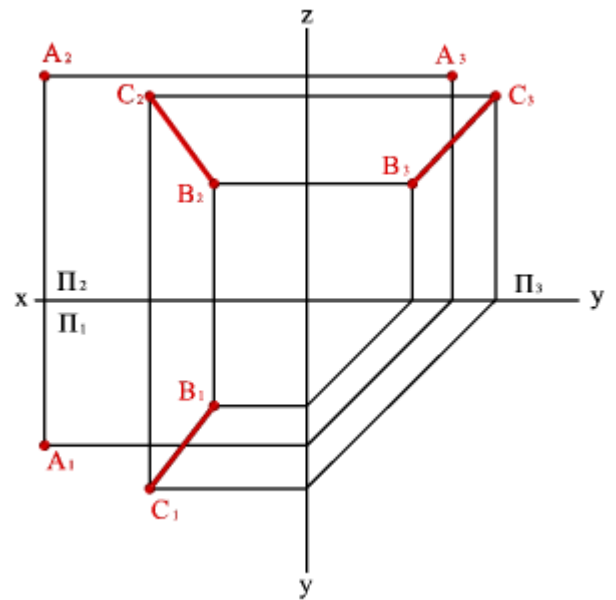


Рисунок 5.1. Плоскость заданная тремя точками, не лежащими на одной прямой  
2. Прямой линией и точкой, не принадлежащей этой прямой (рис.5.2);

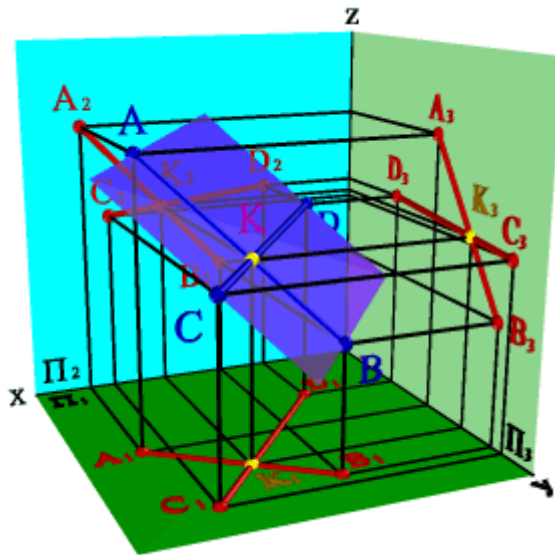


а) модель

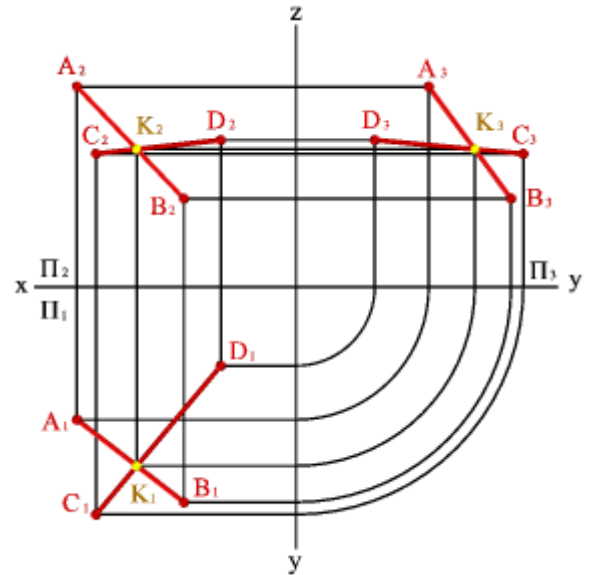


б) эюр

Рисунок 5.2. Плоскость заданная прямой линией и точкой, не принадлежащей этой линии  
3. Двумя пересекающимися прямыми (рис.5.3);

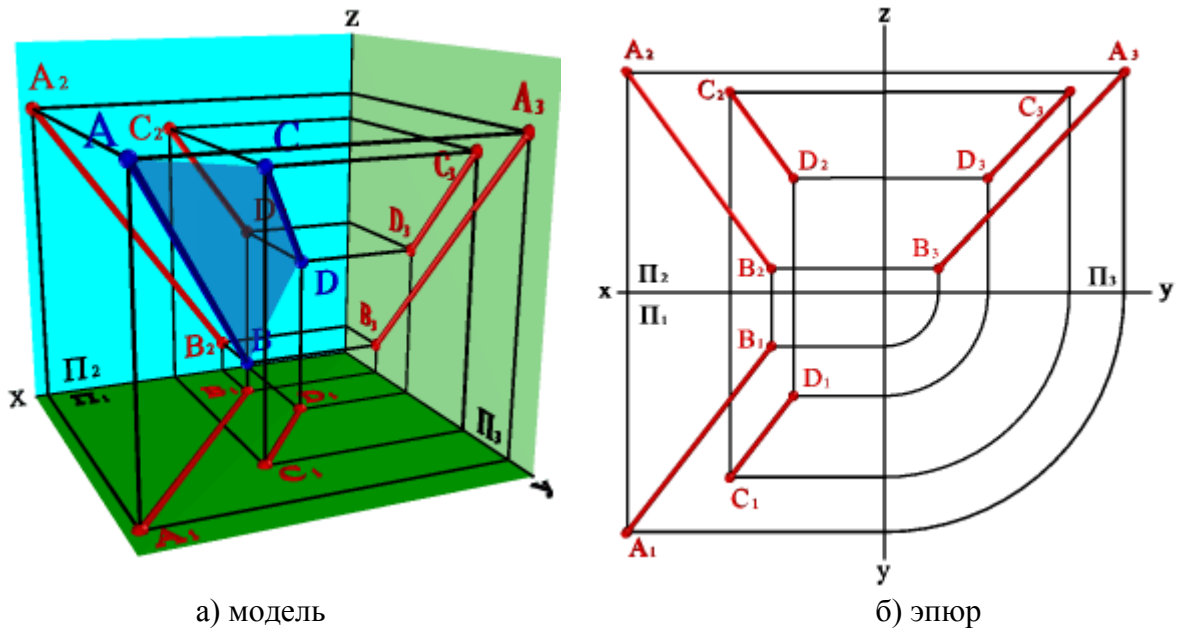


а) модель



б) эюр

Рисунок 5.3. Плоскость заданная двумя пересекающимися прямыми линиями  
4. Двумя параллельными прямыми (рис.5.4);



а) модель  
 б) эпюр  
 Рисунок 5.4. Плоскость заданная двумя параллельными прямыми

## РАЗЛИЧНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

В зависимости от положения плоскости по отношению к плоскостям проекций она может занимать как общее, так и частные положения.

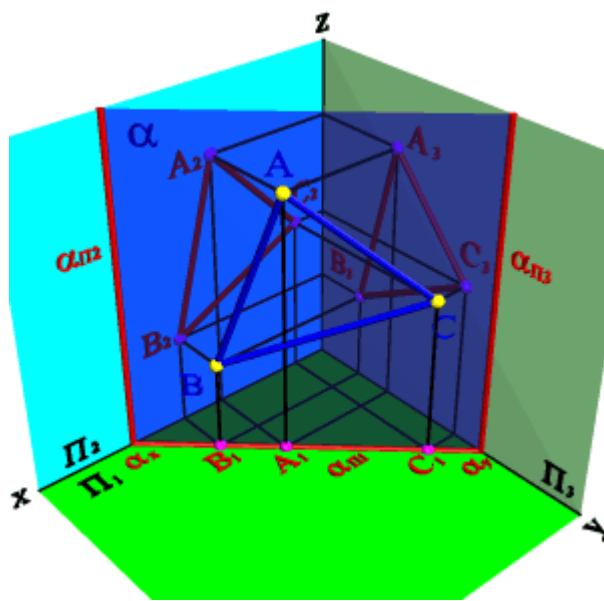
1. Плоскость не перпендикулярная ни одной плоскости проекций называется **плоскостью общего положения**. Такая плоскость пересекает все плоскости проекций (имеет три следа: - горизонтальный  $\alpha_{П1}$ ; - фронтальный  $\alpha_{П2}$ ; - профильный  $\alpha_{П3}$ ).

Следы плоскости общего положения пересекаются попарно на осях в точках  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ . Эти точки называются точками схода следов, их можно рассматривать как вершины трехгранных углов, образованных данной плоскостью с двумя из трех плоскостей проекций.

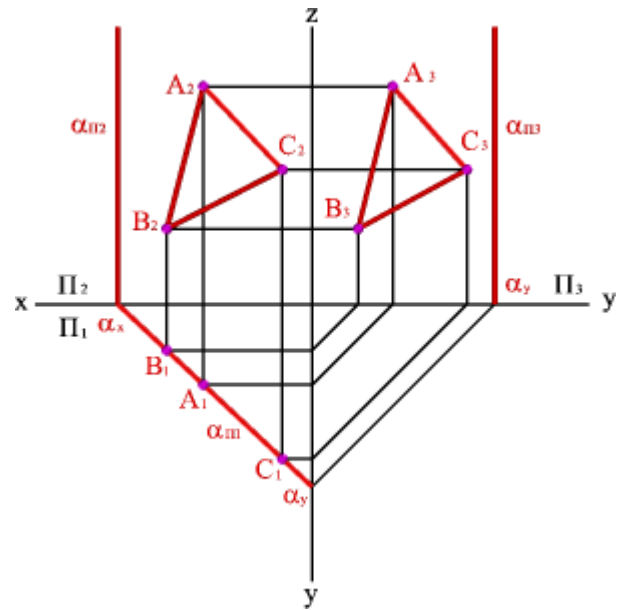
Каждый из следов плоскости совпадает со своей одноименной проекцией, а две другие разноименные проекции лежат на осях (рис.5.5).

2. Плоскости перпендикулярные плоскостям проекций – занимают частное положение в пространстве и называются **проецирующими**. В зависимости от того, какой плоскости проекций перпендикулярна заданная плоскость, различают:

2.1. Плоскость перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций ( $\perp \alpha_{П1}$ ), называется **горизонтально проецирующей плоскостью**. Горизонтальная проекция такой плоскости представляет собой прямую линию, которая одновременно является её горизонтальным следом. Горизонтальные проекции всех точек любых фигур в этой плоскости совпадают с горизонтальным следом (рис.5.6).



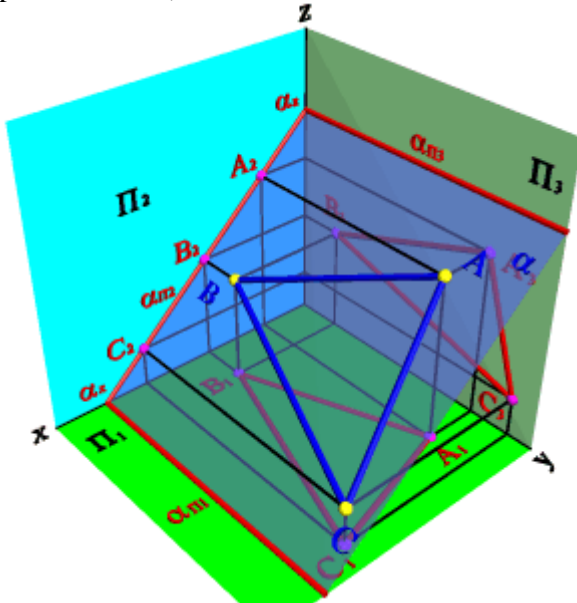
а) модель



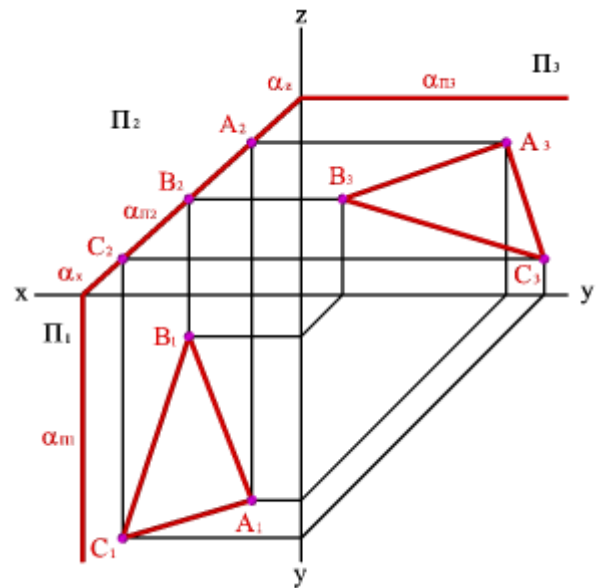
б) эпюр

Рисунок 5.6. Горизонтально проецирующая плоскость

2.2. Плоскость перпендикулярная фронтальной плоскости проекций ( $\alpha \perp \Pi_2$ )- *фронтально проецирующая плоскость*. Фронтальной проекцией плоскости  $\alpha$  является прямая линия, совпадающая со следом  $\alpha_{\Pi_2}$  (рис.5.7).



а) модель



б) эпюр

Рисунок 5.7. Фронтально проецирующая плоскость

2.3. Плоскость перпендикулярная профильной плоскости ( $\perp \alpha \Pi_3$ ) – *профильно-проецирующая плоскость*. Частным случаем такой плоскости является *биссекторная плоскость* (рис.5.8).

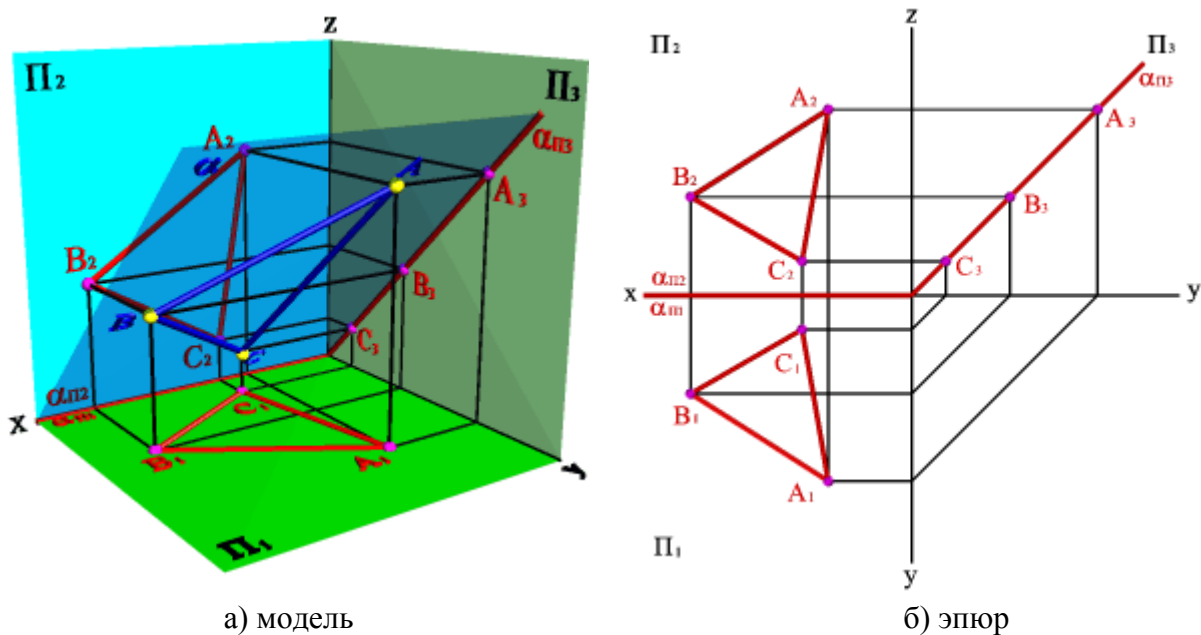


Рисунок 5.8. Биссекторная плоскость

3. Плоскости параллельные плоскостям проекций – занимают частное положение в пространстве и называются **плоскостями уровня**. В зависимости от того, какой плоскости параллельны исследуемая плоскость, различают:

3.1. **Горизонтальная плоскость** - плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций ( $\alpha // \Pi_1$ ) - ( $\alpha \perp \Pi_2, \alpha \perp \Pi_3$ ). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость  $\Pi_1$  без искажения, а на плоскости  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  в прямые - следы плоскости  $\alpha_{\Pi_2}$  и  $\alpha_{\Pi_3}$  (рис.5.9).

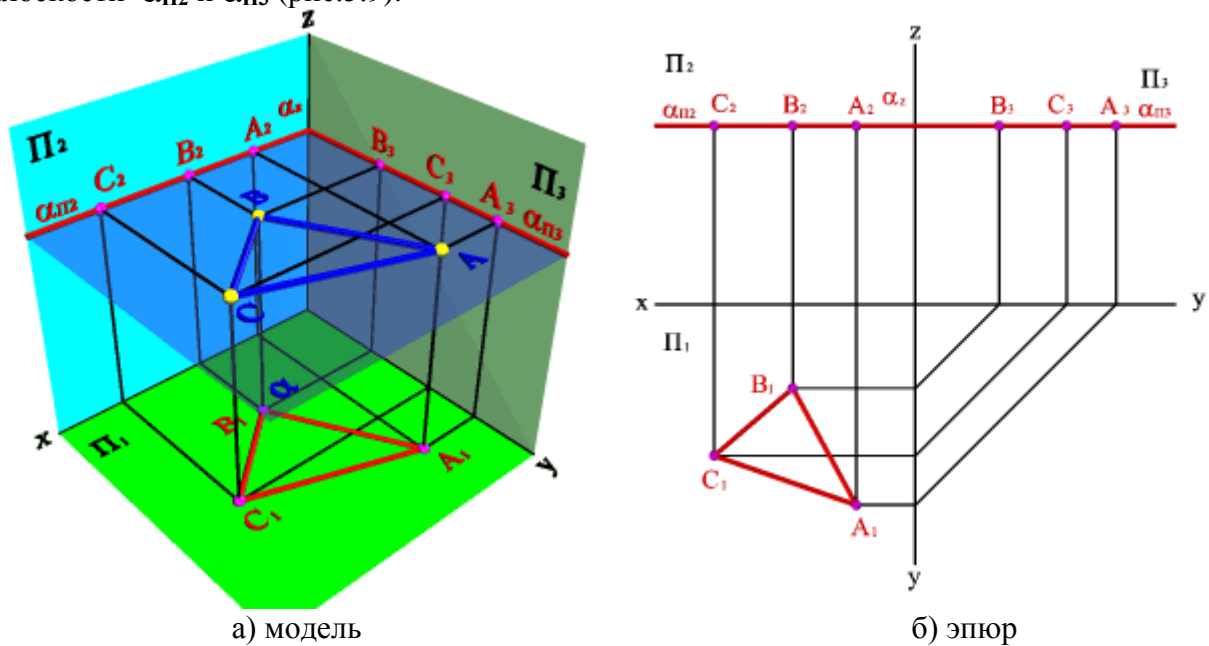


Рисунок 5.9. Горизонтальная плоскость

3.2. **Фронтальная плоскость** - плоскость параллельная фронтальной плоскости проекций ( $\alpha // \Pi_2$ ) - ( $\alpha \perp \Pi_1, \alpha \perp \Pi_3$ ). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость  $\Pi_2$  без искажения, а на плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  в прямые - следы плоскости  $\alpha_{\Pi_1}$  и  $\alpha_{\Pi_3}$  (рис.5.10).

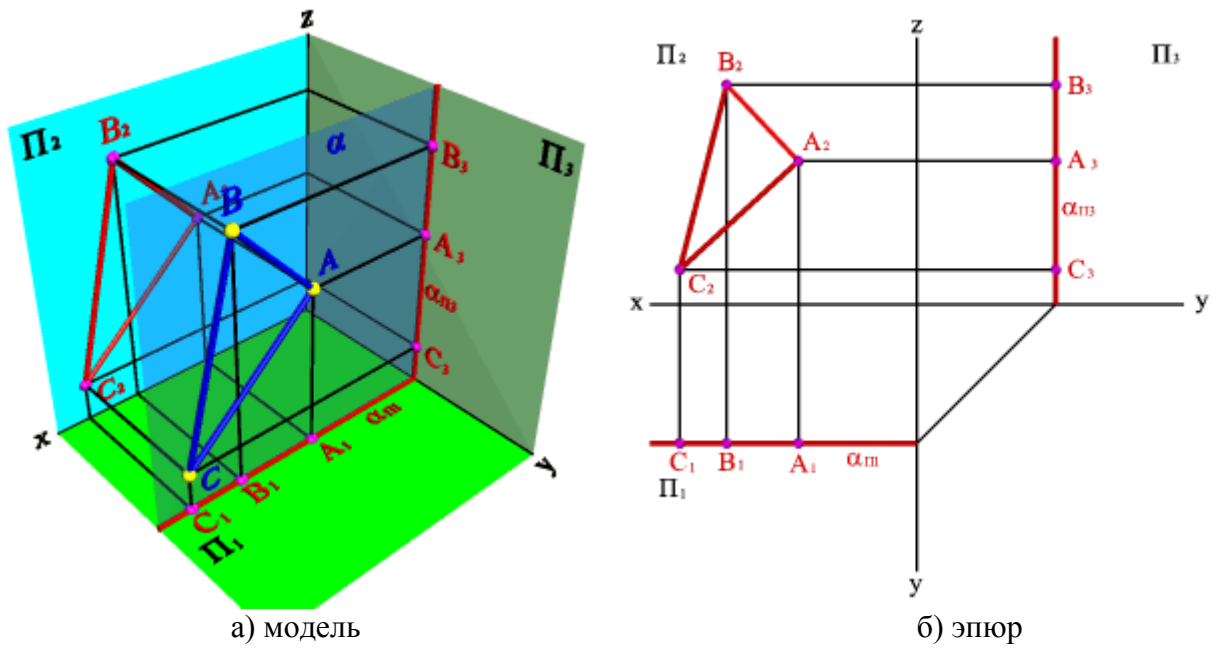


Рисунок 5.10. Фронтальная плоскость

3.3. **Профильная плоскость** - плоскость параллельная профильной плоскости проекций ( $\alpha // \Pi_3$ ) - ( $\alpha \perp \Pi_1, \alpha \perp \Pi_2$ ). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость  $\Pi_3$  без искажения, а на плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в прямые - следы плоскости  $\alpha_{\Pi_1}$  и  $\alpha_{\Pi_2}$  (рис.5.11).

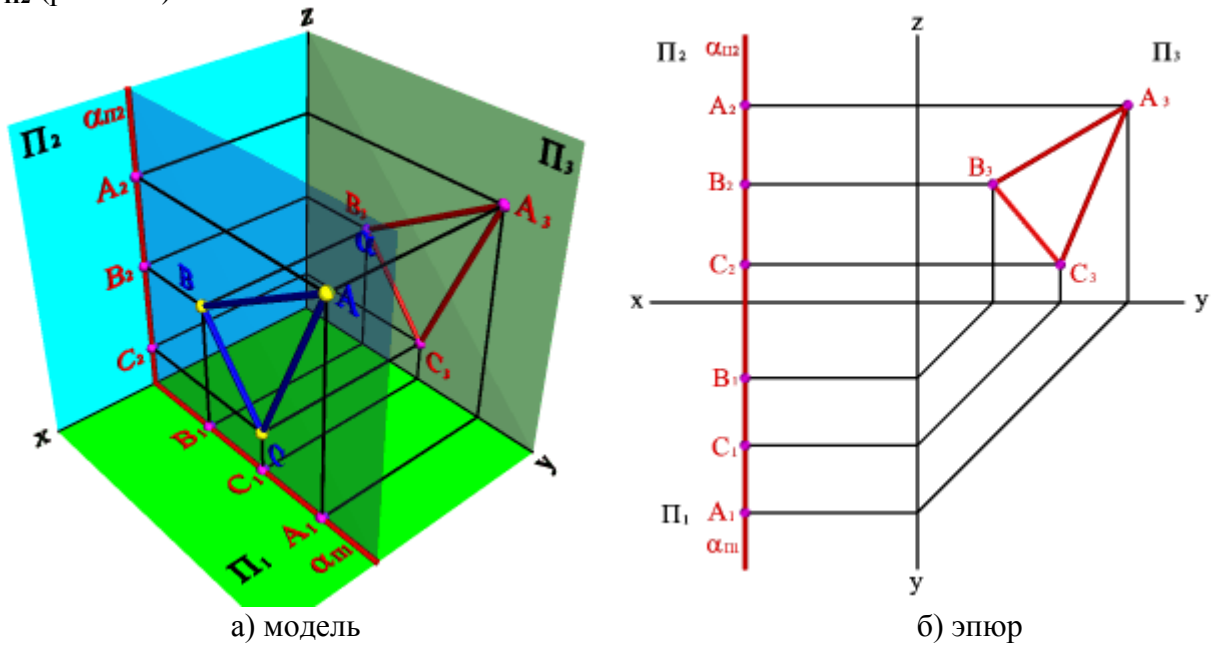
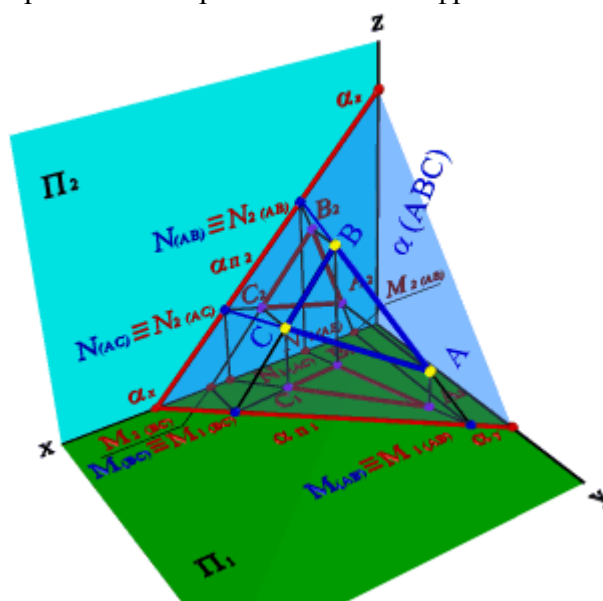


Рисунок 5.11. Профильная плоскость

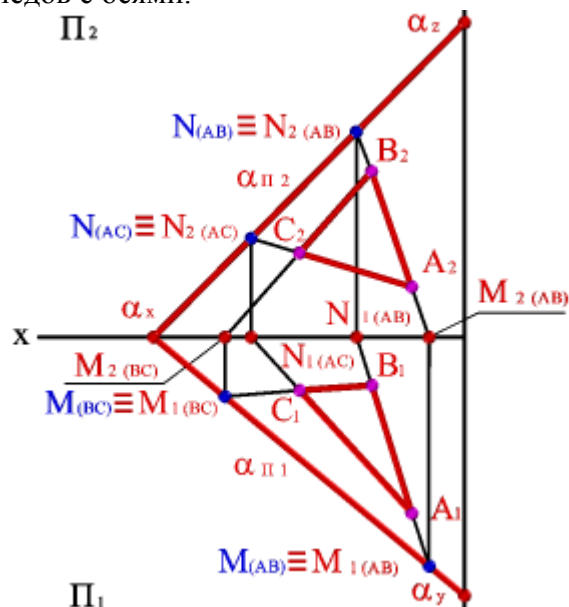
## СЛЕДЫ ПЛОСКОСТИ

**Следом плоскости** называется линия пересечения плоскости с плоскостями проекций. В зависимости от того с какой из плоскостей проекций пересекается данная, различают: **горизонтальный**, **фронтальный** и **профильный** следы плоскости.

Каждый след плоскости является прямой линией, для построения которых необходимо знать две точки, либо одну точку и направление прямой (как для построения любой прямой). На рисунке 5.12 показано нахождение следов плоскости  $\alpha(ABC)$ . Фронтальный след плоскости  $\alpha_{\Pi_2}$ , построен, как прямая соединяющая две точки  $N_{(AC)}$  и  $N_{(AB)}$ , являющиеся фронтальными следами соответствующих прямых, принадлежащих плоскости  $\alpha$ . Горизонтальный след  $\alpha_{\Pi_1}$  – прямая, проходящая через горизонтальные следы прямых  $BC$  и  $AB$ . Профильный след  $\alpha_{\Pi_3}$  – прямая соединяющая точки ( $\alpha_y$  и  $\alpha_z$ ) пересечения горизонтального и фронтального следов с осями.



а) модель



б) эпюр

Рисунок 5.12. Построение следов плоскости